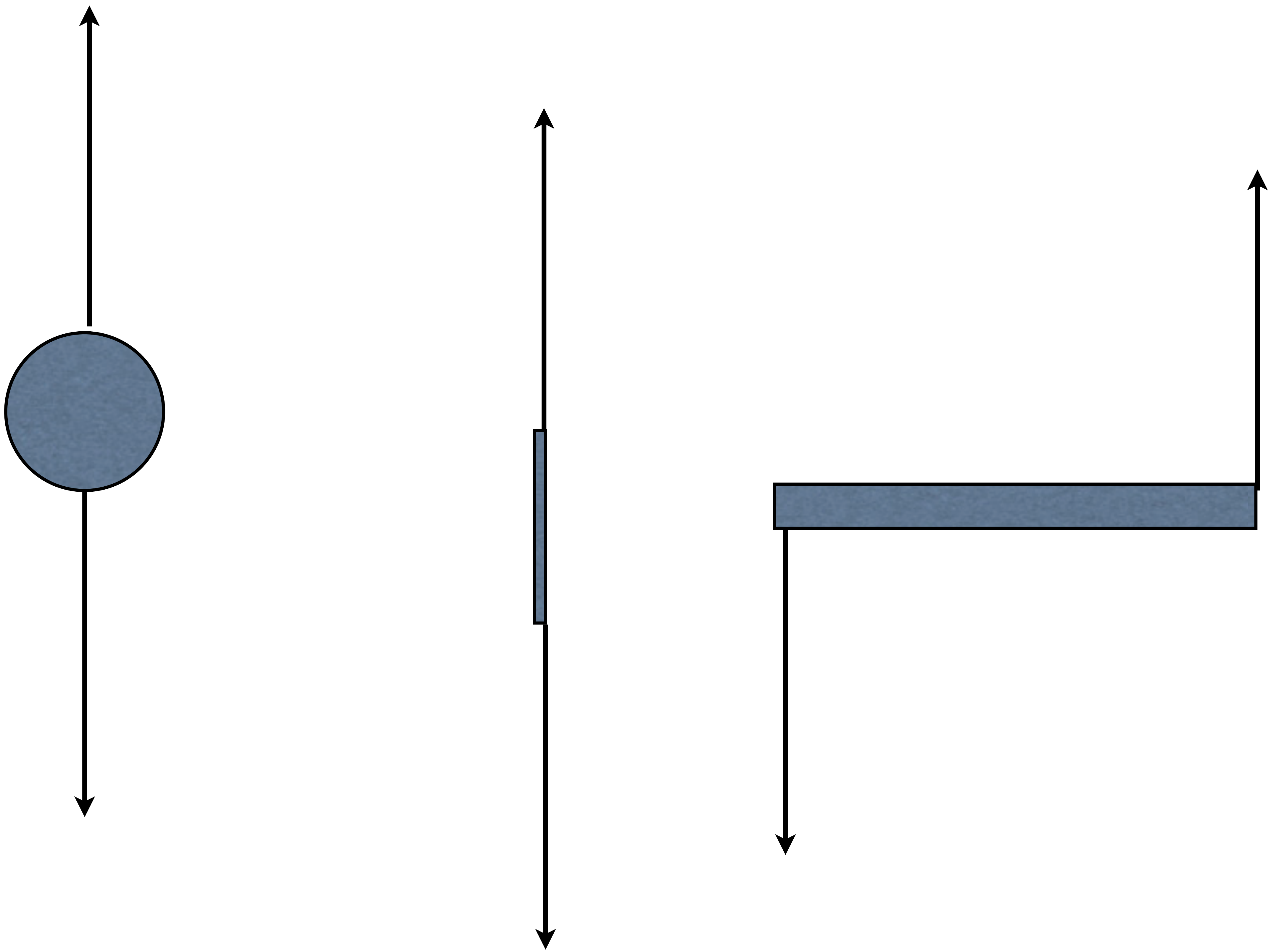
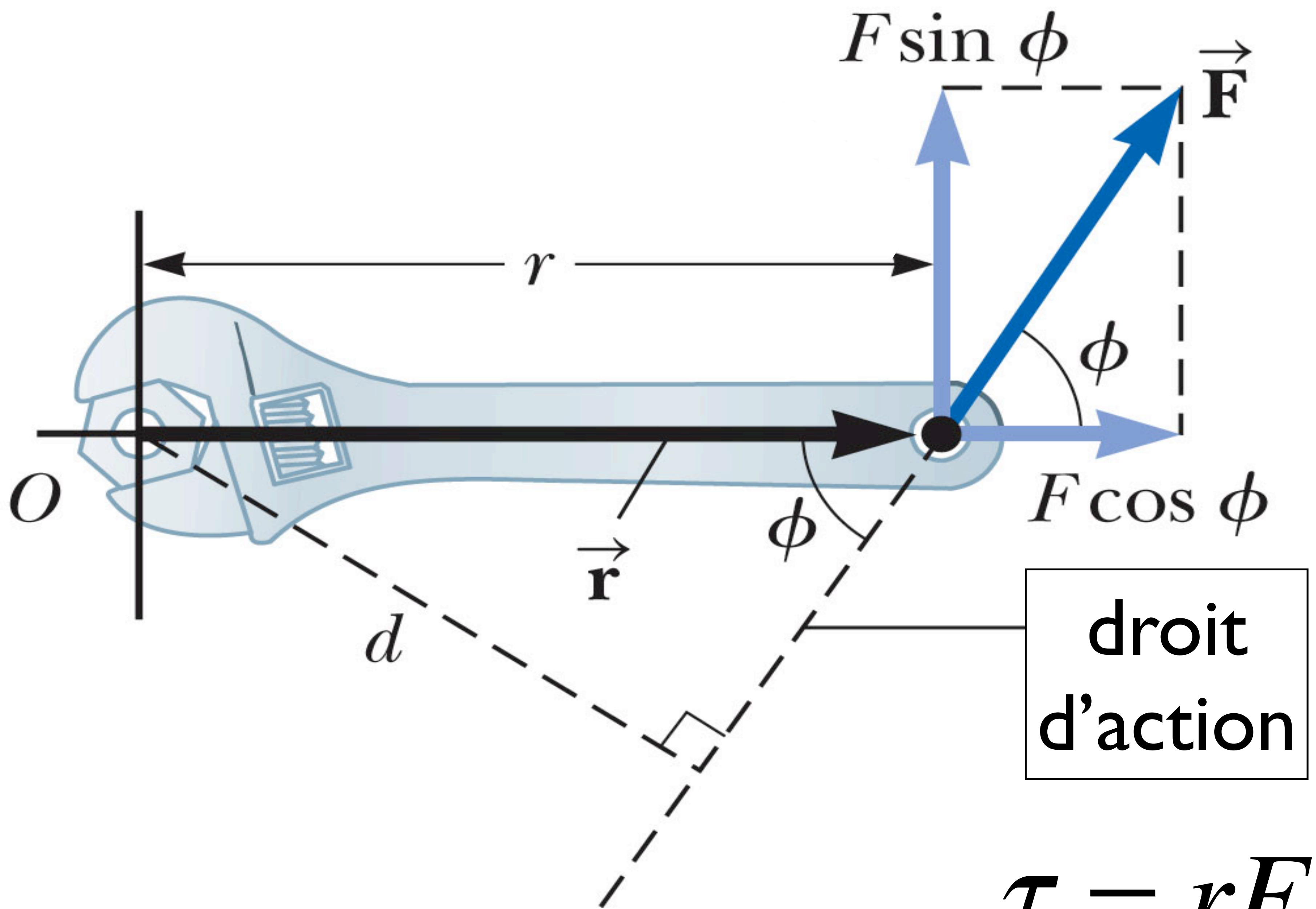
Moment de force, équilibre d’un corps rigide. Rotations

1. Moment de force
2. Rotation autour d’une axe fixe
   - vitesse et accélération angulaire
   - énergie
   - moment d’inertie

Equilibre ?

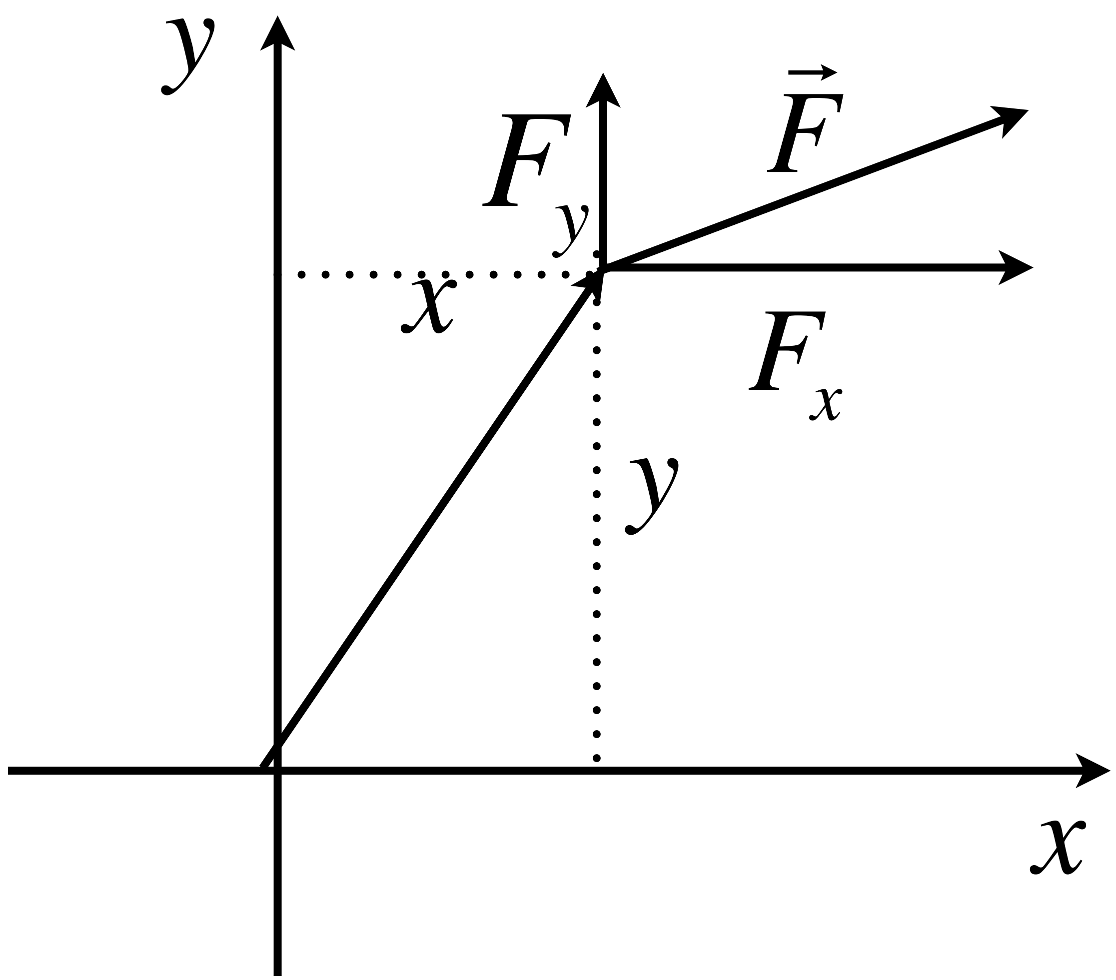


Moment de force



$$\tau = rF\sin\phi$$

Le moment de force comme produit vectorielle



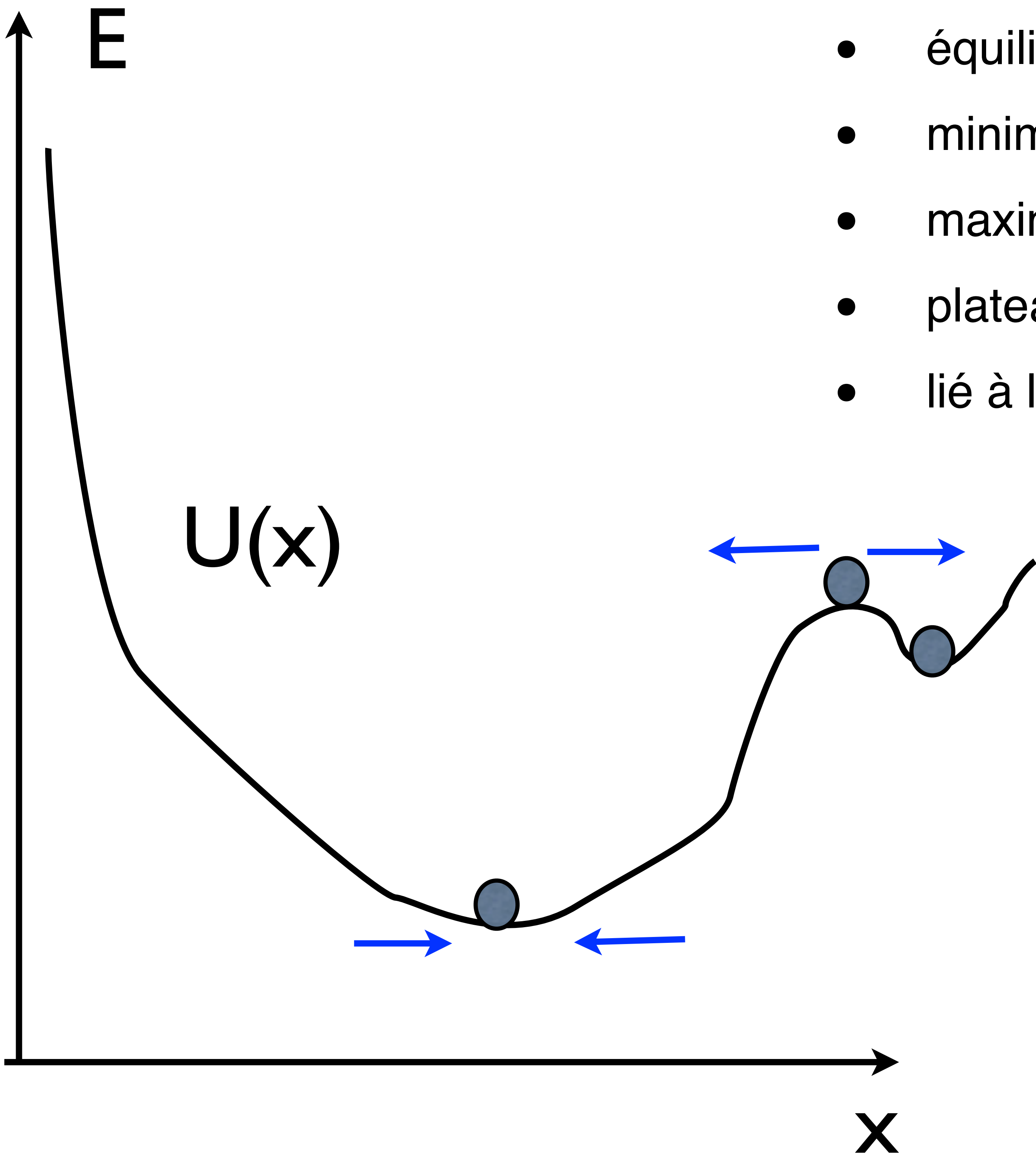
$$\tau = xF_y - yF_x$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Equilibre

- Stable
- Instable
- Indifférent

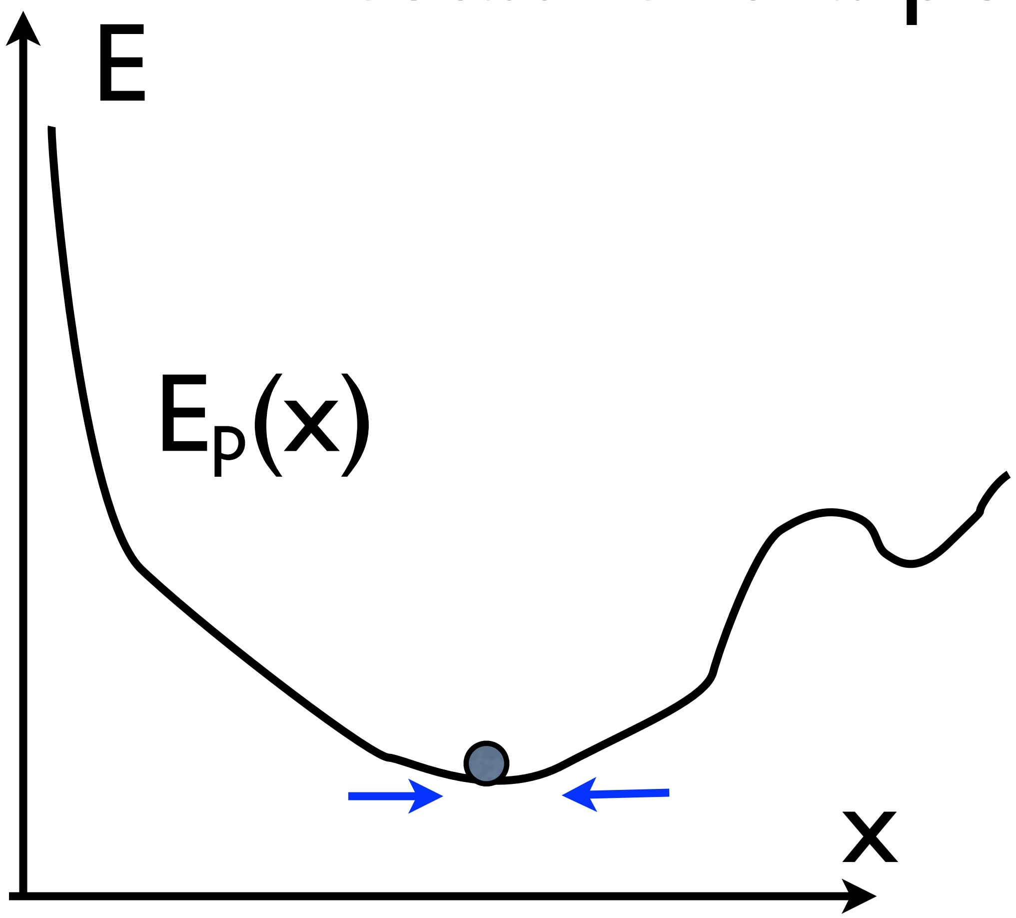
Courbes de l’énergie potentielle

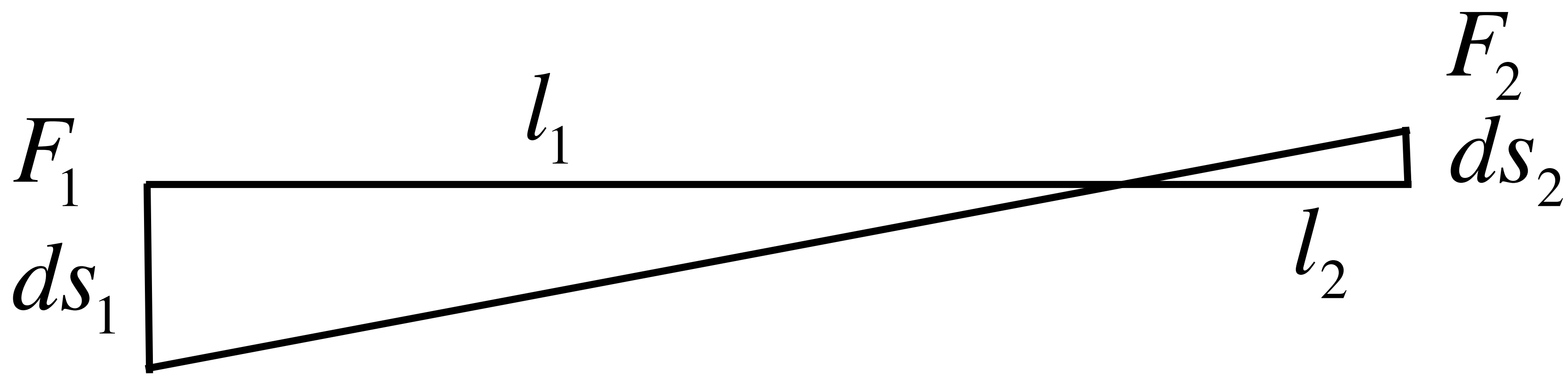


- équilibre si F=0 dU/dx=0
- minimum = équilibre stable
- maximum = équilibre instable
- plateau horizontale = équilibre indifférent
- lié à la force -dU/dx

Equilibre stable

- minimum d'énergie potentielle $E_p(x)$
- les forces pour les petites déplacements restaurent la position originale

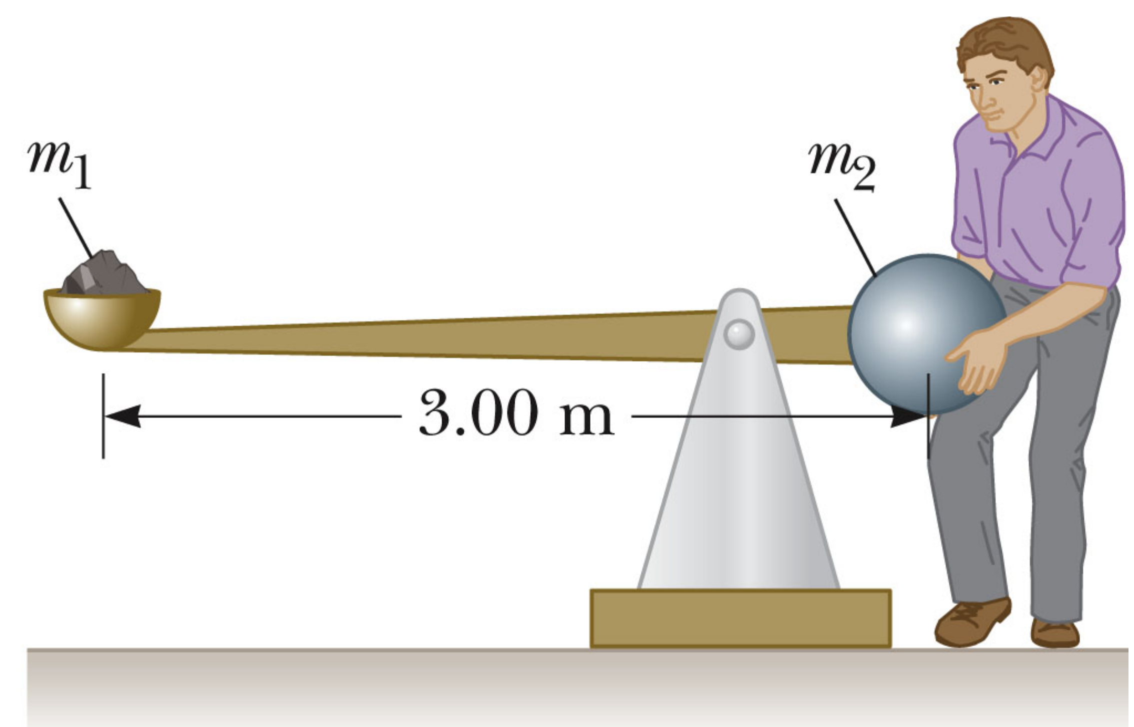


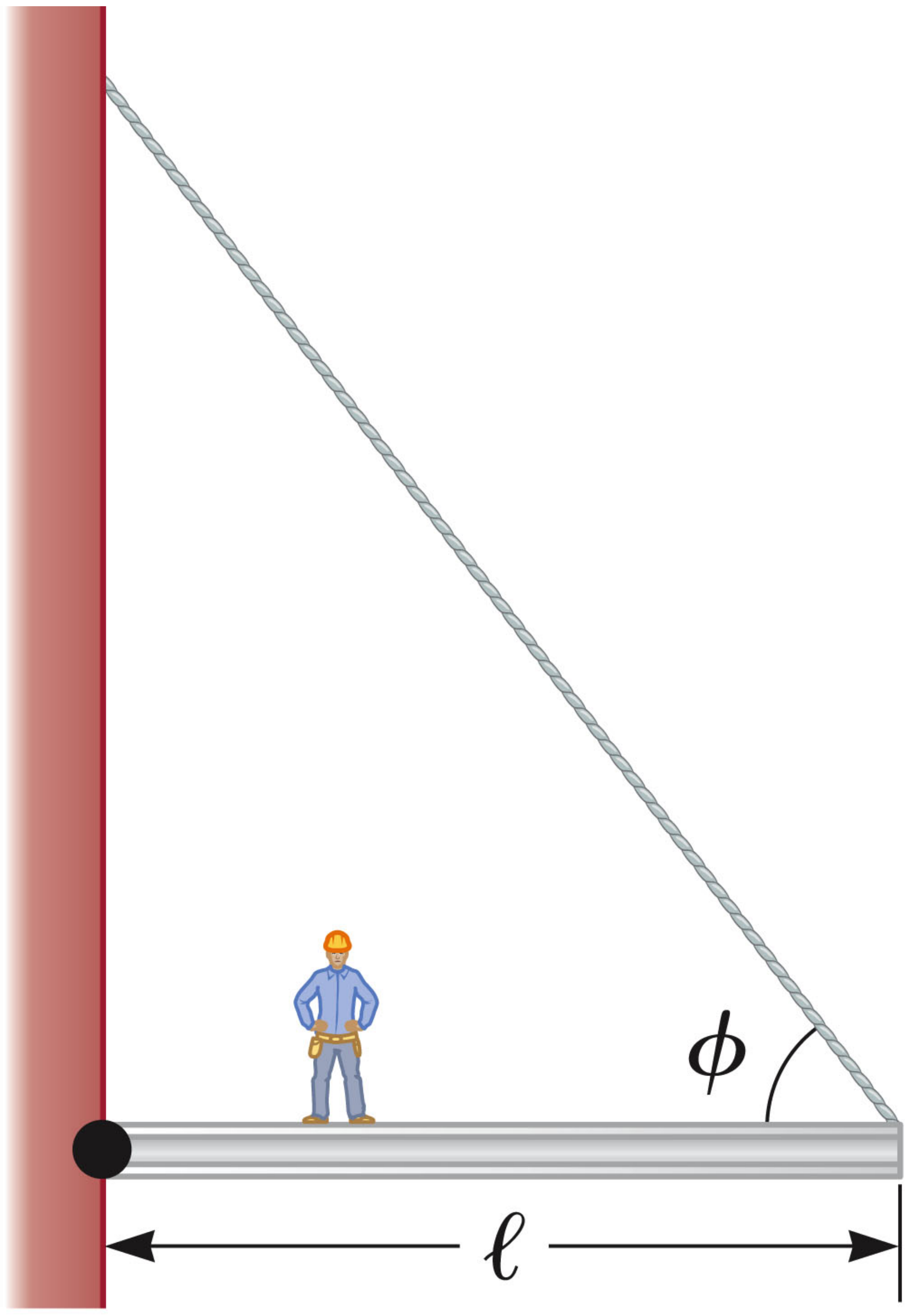


$$F_1 ds_1 = F_2 ds_2 \qquad \frac{ds_1}{l_1} = \frac{ds_2}{l_2}$$

$$\boxed{F_1 l_1 = F_2 l_2}$$

moment de force





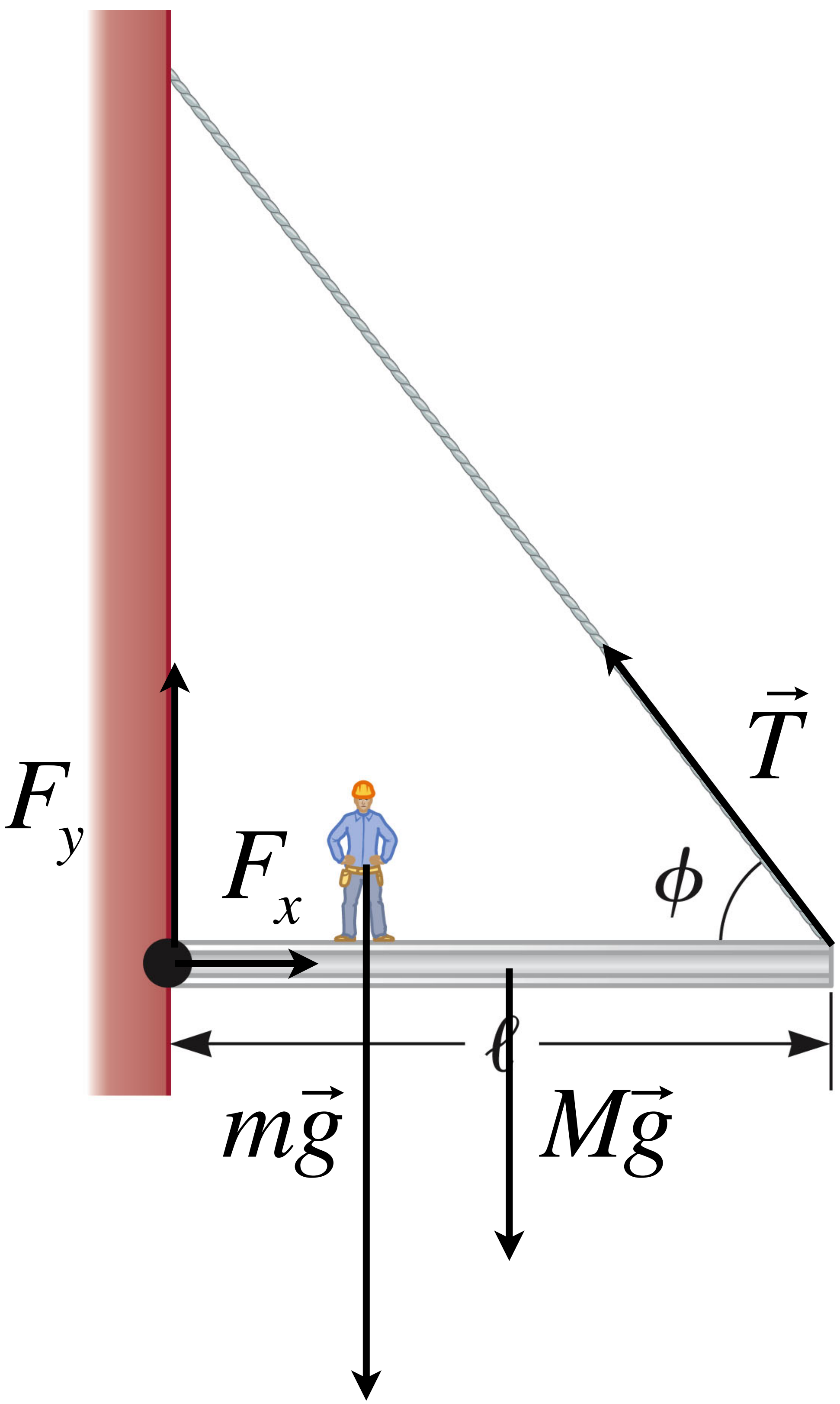
$$l = 8\text{m}$$

$$\phi = 53^{\circ}$$

$$M = 20\text{kg}$$

$$m = 60\text{kg}$$

$$d = 2\text{m}$$



Composantes de
l'équation de mouvement :

$$F_x - T\cos\phi = 0$$

$$T\sin\phi + F_y - Mg - mg = 0$$

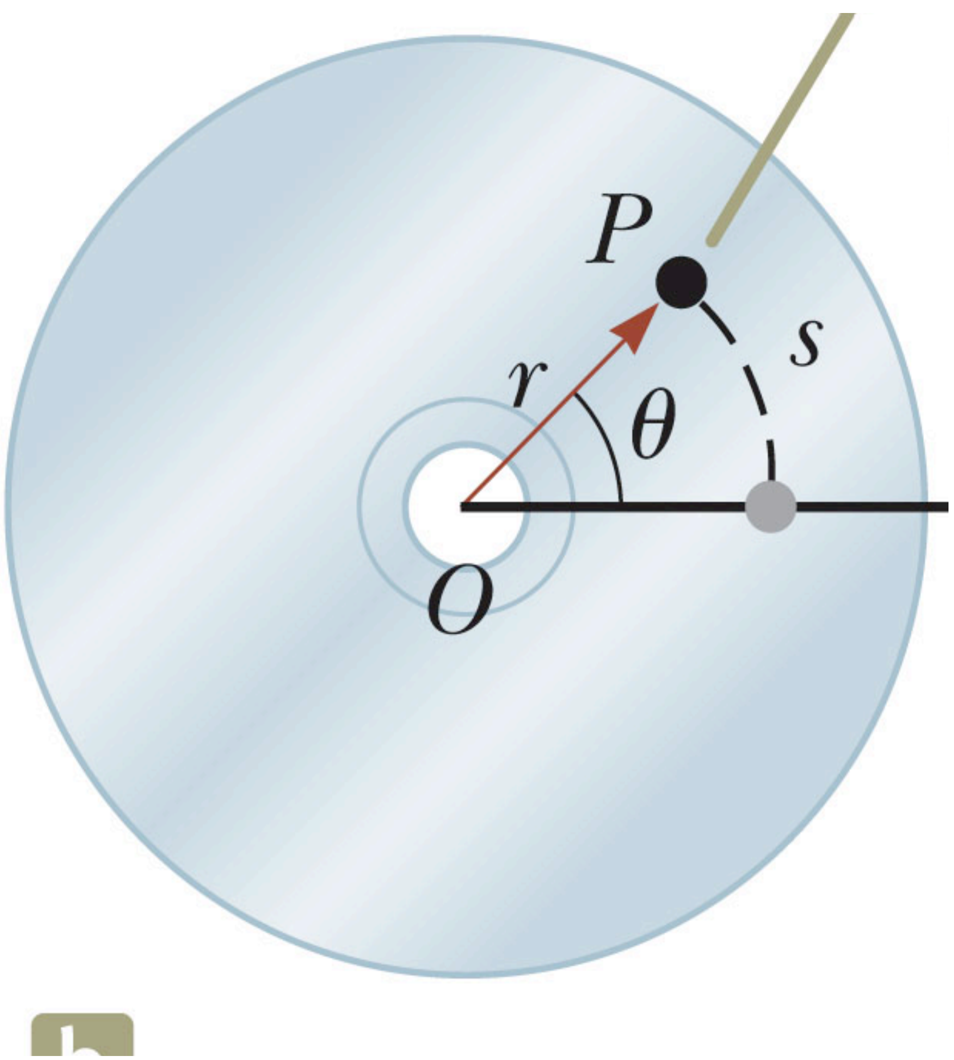
moment de forces
par rapport au pivot:

$$T\sin\phi - Mg\frac{l}{2} - mgd = 0$$

Rotation autour d’un axe fixe

- cinématique
- énergie cinétique
- moment d’inertie

Rotation autour d'un axe fixe



angle de rotation :

$$\theta = \frac{s}{r} \qquad\qquad x$$

vitesse angulaire :

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad\qquad v$$

accélération angulaire :

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad\qquad a$$

Mouvement linéaire et mouvement rotatif

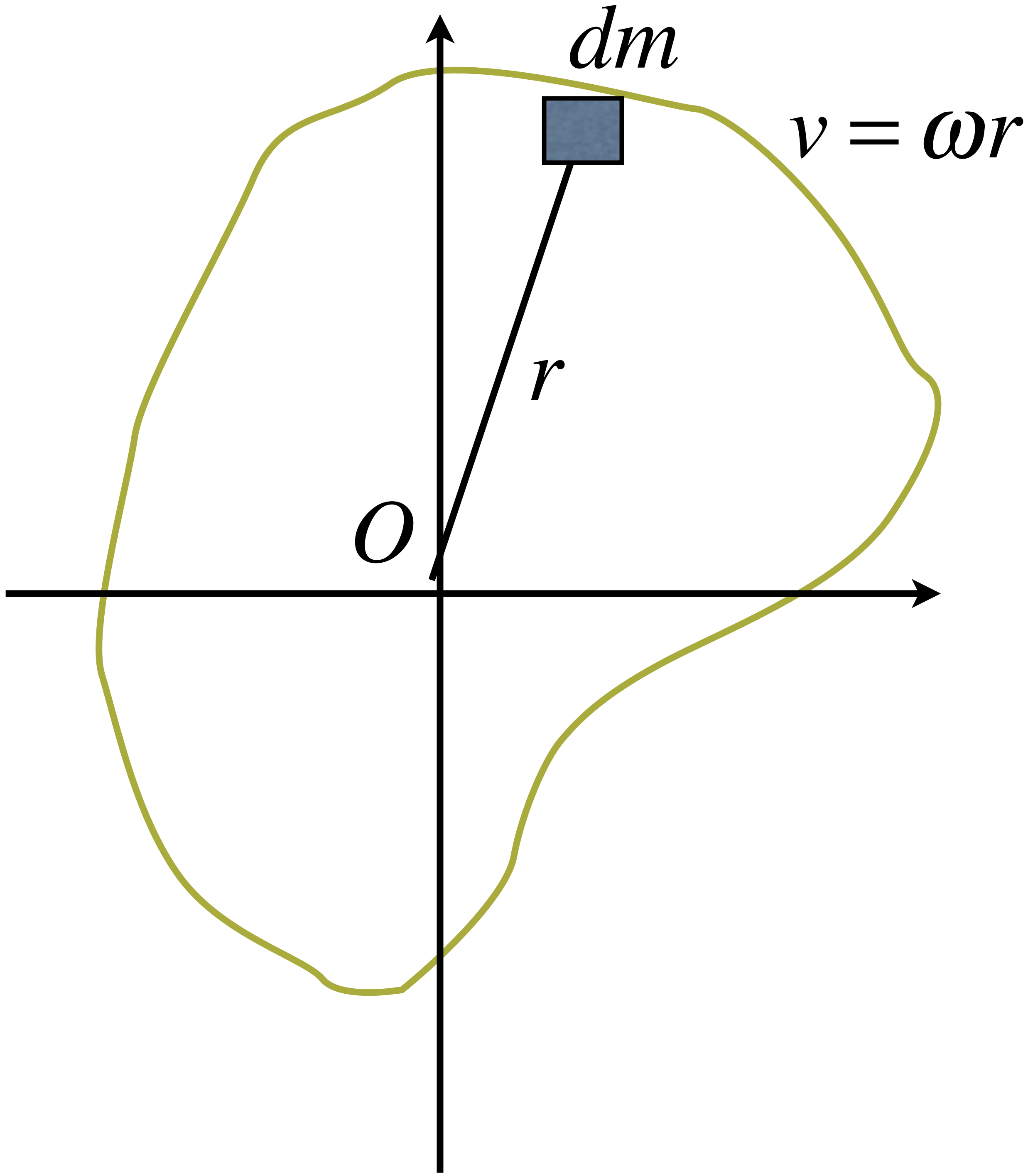
accélération constante

$$a = a_0 \qquad \alpha = \alpha_0$$

$$v = v_0 + a_0 t \qquad \omega = \omega_0 + \alpha_0 t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_0 t^2$$

Energie cinétique d'un objet rigide en rotation



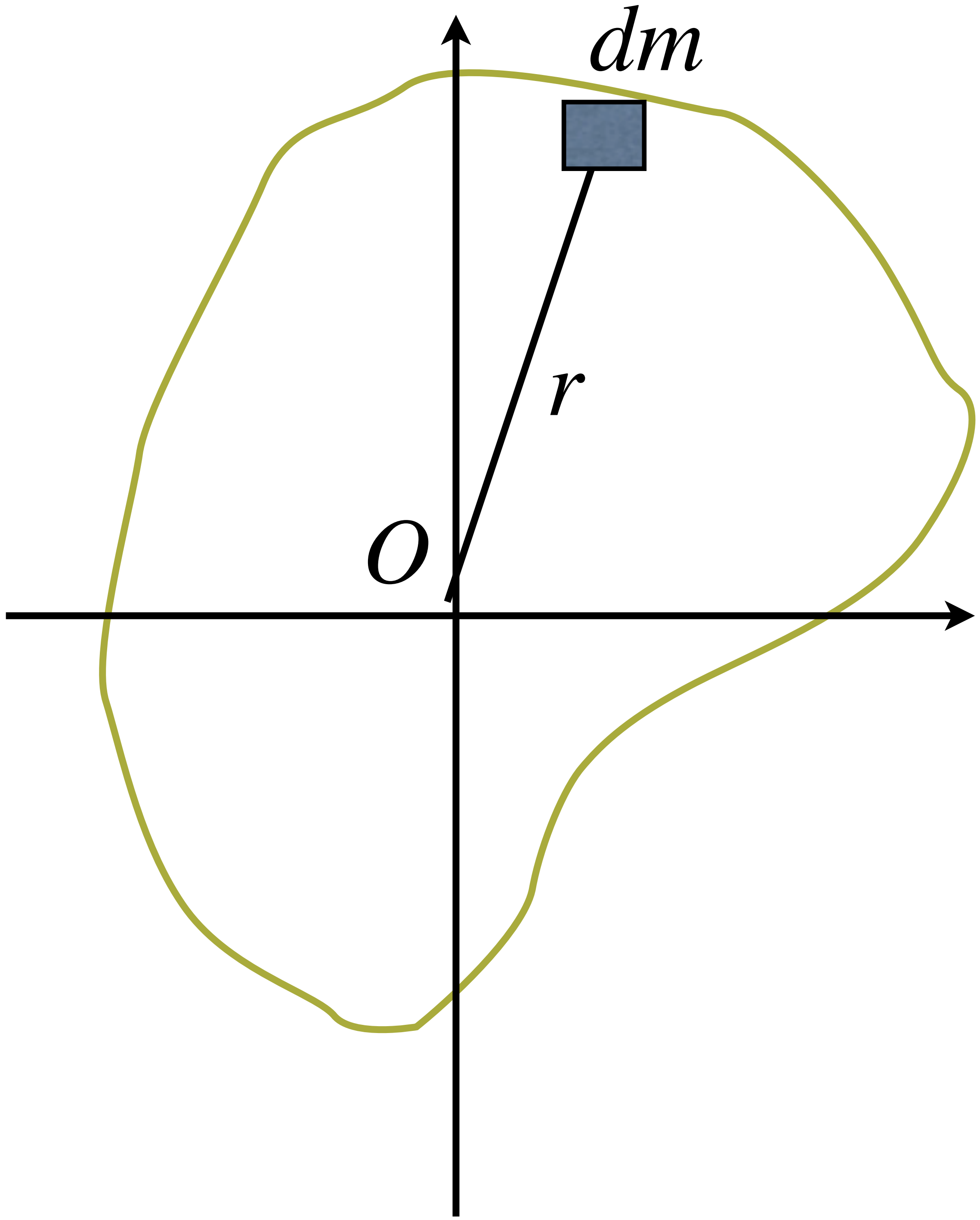
$$dE = \frac{1}{2} dm v^2 = \frac{1}{2} dm r^2 \omega^2$$

$$E = \int dE = \frac{1}{2} \left(\int r^2 \, dm \right) \omega^2$$

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\left(E = \frac{1}{2} m v^2 \right)$$

Moment d'inertie



La quantité

$$I = \int r^2 \, dm$$

s'appelle moment d'inertie. Il joue la même rôle dans la déscription de la rotation que la masse dans la déscription du mouvement linéaire